Paolo Perfetti, Dipartimento di matematica, II Università degli Studi di Roma, facoltà di Ingegneria

$3^{\underline{o}}$ Recupero di Analisi II (primi 5 crediti) per Ingegneria Elettronica Compito (A)
09–12–05

Gli studenti che sostengono il presente esame ed avranno la verbalizzazione di Analisi III, qualora debbano sostenere anche Complementi I, **non possono** portare il programma di Complementi I dello scorso anno. Per sapere quale programma portare si guardi la mia pagina web: www.mat.uniroma2.it/ perfetti e poi Ingegneria Elettronica 2005/2006.

Problema n.1

1) Sia data la funzione $f(x) = \begin{cases} \cos x & 0 \le x < \pi \\ \sin x & -\pi \le x < 0 \end{cases}$ Si consideri la funzione periodica di periodo minimo $F(x)$ tale che $F(x)|_{[-\pi,\pi]} = f(x)$
2)Si faccia un grafico approssimativo di $F(x)$ con dominio pari al doppio del periodo detto T
3) Se ne scriva la serie di Fourier. I coefficienti di Fourier vanno semplificati il più possibile differenziando, se necessario, gli interi dispari da quelli pari.
4) Si dica, motivando, per quali valori di $x \in [-T, T]$ la serie converge puntualmente e dire quanto vale la somma della serie
5) Si dica, motivando, se la serie converge uniformemente. Se la convergenza non è uniforme su tutto $[-T, T]$ si indichi almeno un insieme in cui la convergenza è uniforme.

Problema n.2

Si risolva la seguente equazione differenziale $\begin{cases} u_{tt} = c^2 u_{xx} & 0 < x < 2 \\ u(0,t) = u(2,t) = 1 & \forall t, u(x,0) = \varphi(x), \quad u_t(x,0) = 0 \end{cases}$
e $\varphi(x) = 1 + x$ per $0 \le x \le 1$, e $\varphi(x) = 3 - x$ per $1 \le x \le 2$.

Problema n.3

Si risolva la seguente equazione differenziale $\begin{cases} u_t = c^2 u_{xx} & 0 < x < 2 \\ u(0,t) = u(2,t) = 1 & \forall t, u(x,0) \equiv 1, \end{cases}$

Problema n.4

Calcolare il flusso del campo vettoriale $\underline{f}(\underline{x}) = x^2\underline{i} + y^2\underline{j} + z^2\underline{k}$ attraverso la superficie definita da $x^2+y^2+z^2 = 1$, $z \ge \dfrac{1}{\sqrt{2}}$. Vengano specificati bene i vari passaggi.

Problema n.5

Un filo massivo di densità $\delta(x,y) = \delta_0(|x| + |y|)$ è disposto lungo il grafico della funzione $f(x) = x - 3$ $-2 \le x \le 5$. Si calcoli l'ascissa del baricentro del filo.

Problema n.6

Si valuti $\displaystyle\int_\gamma \omega$ dove $\omega(x,y) = x^2y(1+4xy^3)dx + x^3(1+4xy^3)dy + \dfrac{x}{x^2+y^2}dy - \dfrac{y}{x^2+y^2}dx$ e γ è la curva il cui sostegno è costituito dall'ellisse $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$ percorsa una volta in senso antiorario

$$\int x \sin ax dx = \frac{\sin ax - ax\cos ax}{a^2} \qquad \int x\cos ax dx = \frac{\cos ax + ax \sin ax}{a^2}$$

$\sin\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}(\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta))$, $\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta))$, $\sin\alpha\sin\beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha+\beta))$

Paolo Perfetti, Dipartimento di matematica, II Università degli Studi di Roma, facoltà di Ingegneria

3º Recupero di Analisi II (primi 5 crediti) per Ingegneria Elettronica Compito (B)
09–12–05

Gli studenti che sostengono il presente esame ed avranno la verbalizzazione di Analisi III, qualora debbano sostenere anche Complementi I, **non possono** portare il programma di Complementi I dello scorso anno. Per sapere quale programma portare si guardi la mia pagina web: www.mat.uniroma2.it/ perfetti e poi Ingegneria Elettronica 2005/2006.

Problema n.1

1) Data la funzione $f(x) = \begin{cases} \cos x & 0 \le x < \pi \\ -\sin x & -\pi \le x < 0 \end{cases}$ Si consideri la funzione periodica di periodo minimo $F(x)$ tale che $F(x)|_{[-\pi,\pi]} = f(x)$
2)Si faccia un grafico approssimativo di $F(x)$ con dominio pari al doppio del periodo detto T
3) Se ne scriva la serie di Fourier. I coefficienti di Fourier vanno semplificati il più possibile differenziando, se necessario, gli interi dispari da quelli pari.
4) Si dica, motivando, per quali valori di $x \in [-T, T]$ la serie converge puntualmente e dire quanto vale la somma della serie
5) Si dica, motivando, se la serie converge uniformemente. Se la convergenza non è uniforme su tutto $[-T, T]$ si indichi almeno un insieme in cui la convergenza è uniforme.

Problema n.2

Si risolva la seguente equazione differenziale $\begin{cases} u_{tt} = c^2 u_{xx} & 0 < x < 2 \\ u(0,t) = u(2,t) = 1 \quad \forall t, u(x,0) = 0, & u_t(x,0) = \psi(x) \end{cases}$
e $\psi(x) = x$ per $0 \le x \le 1$, e $\psi(x) = 2 - x$ per $1 \le x \le 2$.

Problema n.3

Si risolva la seguente equazione differenziale $\begin{cases} u_t = c^2 u_{xx} & 0 < x < 2 \\ u(0,t) = u(2,t) = -1 \quad \forall t, u(x,0) \equiv -1, \end{cases}$

Problema n.4

Calcolare il flusso del campo vettoriale $\underline{f}(\underline{x}) = x^2\underline{i} + y^2\underline{j} - z^2\underline{k}$ attraverso la superficie definita da $x^2+y^2+z^2 = 1$, $z \le \dfrac{1}{\sqrt{2}}$. Vengano specificati bene i vari passaggi.

Problema n.5

Un filo massivo di densità $\delta(x,y) = \delta_0(|x| + |y|)$ è disposto lungo il grafico della funzione $f(x) = x - 4$ $-2 \le x \le 6$. Si calcoli l'ascissa del baricentro del filo.

Problema n.6

Si valuti $\displaystyle\int_\gamma \omega$ dove $\omega(x,y) = (x^2y + 4x^3y^3)dx + (x^3 + 3x^4y^2)dy + \dfrac{x}{x^2+y^2}dy - \dfrac{y}{x^2+y^2}dx$ e γ è la curva il cui sostegno è costituito dall'ellisse $\frac{x^2}{4} + 4y^2 = 1$ percorsa una volta in senso antiorario

$$\int x \sin ax dx = \frac{\sin ax - ax\cos ax}{a^2} \qquad \int x\cos ax dx = \frac{\cos ax + ax \sin ax}{a^2}$$

$\sin\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}(\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta))$ $\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta))$, $\sin\alpha\sin\beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta))$

Paolo Perfetti, Dipartimento di matematica, II Università degli Studi di Roma, facoltà di Ingegneria

$3^{\underline{o}}$ Recupero di Analisi II (primi 5 crediti) per Ingegneria Elettronica Compito (C)
09–12–05

Gli studenti che sostengono il presente esame ed avranno la verbalizzazione di Analisi III, qualora debbano sostenere anche Complementi I, **non possono** portare il programma di Complementi I dello scorso anno. Per sapere quale programma portare si guardi la mia pagina web: www.mat.uniroma2.it/ perfetti e poi Ingegneria Elettronica 2005/2006.

Problema n.1

1) Data la funzione $f(x) = \begin{cases} -\cos x & 0 \le x < \pi \\ \sin x & -\pi \le x < 0 \end{cases}$ Si consideri la funzione periodica di periodo minimo $F(x)$ tale che $F(x)|_{[-\pi,\pi]} = f(x)$
2)Si faccia un grafico approssimativo di $F(x)$ con dominio pari al doppio del periodo detto T
3) Se ne scriva la serie di Fourier. I coefficienti di Fourier vanno semplificati il più possibile differenziando, se necessario, gli interi dispari da quelli pari.
4) Si dica, motivando, per quali valori di $x \in [-T, T]$ la serie converge puntualmente e dire quanto vale la somma della serie
5) Si dica, motivando, se la serie converge uniformemente. Se la convergenza non è uniforme su tutto $[-T, T]$ si indichi almeno un insieme in cui la convergenza è uniforme.

Problema n.2

Si risolva la seguente equazione differenziale $\begin{cases} u_{tt} = c^2 u_{xx} & 0 < x < 4 \\ u(0,t) = u(4,t) = 1 & \forall t, u(x,0) = \varphi(x), \quad u_t(x,0) = 0 \end{cases}$
e $\varphi(x) = 1 + x$ per $0 \le x \le 2$, e $\varphi(x) = 5 - x$ per $2 \le x \le 4$.

Problema n.3

Si risolva la seguente equazione differenziale $\begin{cases} u_t = c^2 u_{xx} & 0 < x < 4 \\ u(0,t) = u(4,t) = 1 & \forall t, u(x,0) \equiv 1, \end{cases}$

Problema n.4

Calcolare il flusso del campo vettoriale $\underline{f}(\underline{x}) = x^2\underline{i} - y^2\underline{j} + z^2\underline{k}$ attraverso la superficie definita da $x^2+y^2+z^2 = 1$, $z \le -\frac{1}{\sqrt{2}}$. Vengano specificati bene i vari passaggi.

Problema n.5

1) Un filo massivo di densità $\delta(x,y) = \delta_0(|x| + |y|)$ è disposto lungo il grafico della funzione $f(x) = x + 3$ $-5 \le x \le 2$. Si calcoli l'ascissa del baricentro del filo.

Problema n.6

Si valuti $\displaystyle\int_\gamma \omega$ dove $\omega(x,y) = (x^2y + 3x^2y^4)dx + (x^3 + 4x^3y^3)dy + \dfrac{x}{x^2+y^2}dy - \dfrac{y}{x^2+y^2}dx$ e γ è la curva il cui sostegno è costituito dall'ellisse $\frac{x^2}{16} + 4y^2 = 1$ percorsa una volta in senso antiorario

$$\int x \sin ax dx = \frac{\sin ax - ax\cos ax}{a^2} \qquad \int x\cos ax dx = \frac{\cos ax + ax \sin ax}{a^2}$$

$\sin\alpha\cos\beta = \dfrac{1}{2}(\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta))$ $\quad\cos\alpha\cos\beta = \dfrac{1}{2}(\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta))$, $\quad\sin\alpha\sin\beta = \dfrac{1}{2}(\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta))$

Paolo Perfetti, Dipartimento di matematica, II Università degli Studi di Roma, facoltà di Ingegneria

$3^{\underline{o}}$ Recupero di Analisi II (primi 5 crediti) per Ingegneria Elettronica Compito (D)
09–12–05

Gli studenti che sostengono il presente esame ed avranno la verbalizzazione di Analisi III, qualora debbano sostenere anche Complementi I, **non possono** portare il programma di Complementi I dello scorso anno. Per sapere quale programma portare si guardi la mia pagina web: www.mat.uniroma2.it/ perfetti e poi Ingegneria Elettronica 2005/2006.

Problema n.1

1) Data la funzione $f(x) = \begin{cases} -\cos x & 0 \leq x < \pi \\ -\sin x & -\pi \leq x < 0 \end{cases}$ Si consideri la funzione periodica di periodo minimo $F(x)$ tale che $F(x)|_{[-\pi,\pi]} = f(x)$
2)Si faccia un grafico approssimativo di $F(x)$ con dominio pari al doppio del periodo detto T
3) Se ne scriva la serie di Fourier. I coefficienti di Fourier vanno semplificati il più possibile differenziando, se necessario, gli interi dispari da quelli pari.
4) Si dica, motivando, per quali valori di $x \in [-T, T]$ la serie converge puntualmente e dire quanto vale la somma della serie
5) Si dica, motivando, se la serie converge uniformemente. Se la convergenza non è uniforme su tutto $[-T, T]$ si indichi almeno un insieme in cui la convergenza è uniforme.

Problema n.2

Si risolva la seguente equazione differenziale $\begin{cases} u_{tt} = c^2 u_{xx} & 0 < x < 4 \\ u(0,t) = u(4,t) = 1 & \forall t, u(x,0) = 0, \quad u_t(x,0) = \psi(x) \end{cases}$
e $\psi(x) = x$ per $0 \leq x \leq 2$, e $\psi(x) = 4 - x$ per $2 \leq x \leq 4$.

Problema n.3

Si risolva la seguente equazione differenziale $\begin{cases} u_t = c^2 u_{xx} & 0 < x < 4 \\ u(0,t) = u(4,t) = -1 & \forall t, u(x,0) \equiv -1, \end{cases}$

Problema n.4

Calcolare il flusso del campo vettoriale $\underline{f}(\underline{x}) = -x^2\underline{i} + y^2\underline{j} + z^2\underline{k}$ attraverso la superficie definita da $x^2+y^2+z^2 = 1$, $z \geq -\frac{1}{\sqrt{2}}$. Vengano specificati bene i vari passaggi.

Problema n.5

Un filo massivo di densità $\delta(x,y) = \delta_0(|x| + |y|)$ è disposto lungo il grafico della funzione $f(x) = x + 4$ $-6 \leq x \leq 2$. Si calcoli l'ascissa del baricentro del filo.

Problema n.6

Si valuti $\int_\gamma \omega$ dove $\omega(x,y) = (x^2y + 5x^4y^2)dx + (3y^2x + 2x^5y)dy + \frac{x}{x^2+y^2}dy - \frac{y}{x^2+y^2}dx$ e γ è la curva il cui sostegno è costituito dall'ellisse $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ percorsa una volta in senso antiorario

$$\int x \sin ax dx = \frac{\sin ax - ax\cos ax}{a^2} \qquad \int x\cos ax dx = \frac{\cos ax + ax \sin ax}{a^2}$$

$\sin\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}(\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta))$ $\quad \cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta))$, $\quad \sin\alpha\sin\beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha+\beta))$